## EXERCICES PAGE 235

### Vérifier ses connaissances

### 1 Connaître les mots-clés

*Voir définitions p. 233.*

### 2 Questions à choix unique

**A-2.** C'est la définition : l'intervalle entre deux sons est le rapport de leurs fréquence fondamentales.

**B-1.** C'est la définition d'une quinte.

**C-3.** La quinte d'un son de fréquence $f$ a pour fréquence $\frac{3}{2}f$.

La quinte d'un son de fréquence $\frac{3}{2}f$ a pour fréquence $\frac{3}{2} \times \frac{3}{2}f$.

Puisque $\frac{3}{2} \times \frac{3}{2}f = \frac{9}{4}f$, la fréquence du son obtenu est bien : $\frac{9}{4}f$.

**D-3.** Il y a deux demi-tons entre le *do* et le *ré* : celui entre *do* et *do*#, et celui entre *do*# et *ré*.

L'intervalle entre deux demi-tons dans la gamme tempérée est $\sqrt[12]{2}$, donc l'intervalle entre le do et le ré est $\sqrt[12]{2} \times \sqrt[12]{2}$, c'est-à-dire $\left(\sqrt[12]{2}\right)^2$.

**E-2.** L'écart entre le $sol_2$ et le $do_3$ de la gamme tempérée est de 5 demi-tons :

$sol_2$ - $sol_2$# ; $sol_2$# - $la_2$ ; $la_2$ - $la_2$# ; $la_2$# - $si_2$ ; $si_2$ - $do_3$.

Chaque demi-ton a pour valeur $\sqrt[12]{2}$ dans la gamme tempérée.

On passe donc de la fréquence du $sol_2$ à la fréquence du $do_3$ en multipliant la fréquence du $sol_2$ par $\left(\sqrt[12]{2}\right)^5$.

On calcule donc : $196 \times \left(\sqrt[12]{2}\right)^5 \approx 261$.

La fréquence du $do_3$ est 261 Hz, à 1 Hz près.

### 3 Restituer le cours

**a.** Les pythagoriciens observaient les sons obtenus avec un monocorde. En déplaçant un chevalet, ils faisaient varier la longueur de la corde que l'on fait vibrer. Ils comparaient alors les sons obtenus lorsque la corde vibre à vide, puis lorsque le chevalet est placé au milieu de la corde, puis au tiers de la corde, puis au quart de la corde.

**b.** Les intervalles que les pythagoriciens trouvaient les plus harmonieux sont l'octave, la quinte et la quarte. Ces intervalles « sonnent bien », et surtout, ils sont obtenus pour une division de la corde selon des rapports simples d'entiers : 1/2, 2/3 et 3/4 : pour eux, l'harmonie musicale était liée à l'harmonie de l'Univers, donc aussi des nombres, et en particulier les nombres entiers.

**c.** La $5^e$ note et la $12^e$ note obtenues avec le cycle des quintes ont une fréquence proche de celle de la note du début de la gamme. Ce n'est pas le cas avec 6 ou 11 notes : dans ces cas-là, la gamme ne « bouclerait pas ».

**d.** La quinte du loup est la dernière quinte de la gamme de Pythagore à 12 notes : elle n'est pas tout à fait exacte car le cycle des quintes ne « boucle » pas exactement, ce qui fait qu'elle sonne un peu faux.

## 4 Faire des calculs simples

**a.** Chaque quinte est associée au rapport de fréquences $\frac{3}{2}$.

Après 53 quintes, la fréquence du son initial a été multipliée par $\left(\frac{3}{2}\right)^{53}$.

Chaque octave est associée au rapport de fréquences 2.

Après 31 octaves, la fréquence du son initial a été multipliée par $2^{31}$.

Une calculatrice donne :

$\left(\frac{3}{2}\right)^{53} \approx 2\,151\,972\,563$

et $2^{31} = 2\,147\,483\,648$

Le quotient de $\left(\frac{3}{2}\right)^{53}$ par $2^{31}$ est environ 1,002.

Puisque $\left(\frac{3}{2}\right)^{53}$ est très proche de $2^{31}$, la $53^e$ quinte sonne comme la $31^e$ octave.

**b.** Soit $f$ la fréquence du son de départ. Après une quinte, la fréquence du son obtenu est $\frac{3}{2}f$. Puisqu'une quarte est un intervalle de rapport $\frac{4}{3}$, la fréquence du son obtenu après une quarte est égale à la fréquence du son initial multipliée par $\frac{4}{3}$.

La fréquence du son obtenu en enchaînant une quinte et une quarte est donc :

$\frac{4}{3} \times \frac{3}{2} f = 2f$.

Le son obtenu est donc à l'octave du son de départ.

## 5 Avoir un regard critique

**a. Faux**. Le rapport des fréquences de ces deux sons est : $\frac{3f}{f} = 3$.

Ce rapport n'est pas un multiple de 2, donc ces sons ne sont pas à l'octave.

**b. Vrai**. Le rapport de la longueur de la moitié de corde à la longueur de la corde entière est $\frac{1}{2}$, donc le rapport des fréquences est 2 (inverse de $\frac{1}{2}$).

Chaque moitié de corde vibre donc avec une fréquence double de celle de la corde entière.

**c. Faux**. Soit $L$ la longueur de la corde entière. Quand le chevalet est au tiers de la longueur de la corde, une partie de la corde a pour longueur $\frac{1}{3}L$ et l'autre $\frac{2}{3}L$.

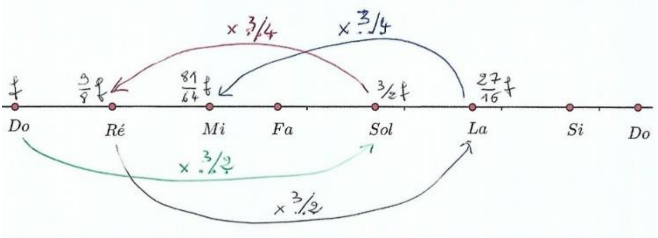
Le rapport des longueurs est : $\frac{\frac{1}{3}L}{\frac{2}{3}L} = \frac{1}{2}$.

Puisque le rapport des longueurs est $\frac{1}{2}$, le rapport des fréquences est 2 : elles ne sont pas identiques.

## 6 Retrouver des notions

En déplaçant des chevalets mobiles sur un monocorde, et en faisant vibrer chacune des parties de la corde, l'élève découvre des intervalles consonants : en particulier, l'octave quand le chevalet est placé au milieu de la corde, et la quinte, quand le chevalet est placé au tiers de la corde.

## 7 Compléter un schéma




L'intervalle *do-sol* est une quinte, donc la fréquence du *sol* est $\frac{3}{2}f$.

L'intervalle *sol-ré* est une quinte suivie d'une octave descendante (réduction à l'octave), donc la fréquence de la note est multipliée par $\frac{3}{2}$ puis $\frac{1}{2}$, soit $\frac{3}{4}$.

La fréquence du *ré* est donc : $\frac{3}{4} \times \frac{3}{2}f = \frac{9}{8}f$.

L'intervalle *ré-la* est une quinte, donc la fréquence de la note est multipliée par $\frac{3}{2}$ : la fréquence du *la* est : $\frac{3}{2} \times \frac{9}{8}f = \frac{27}{16}f$.